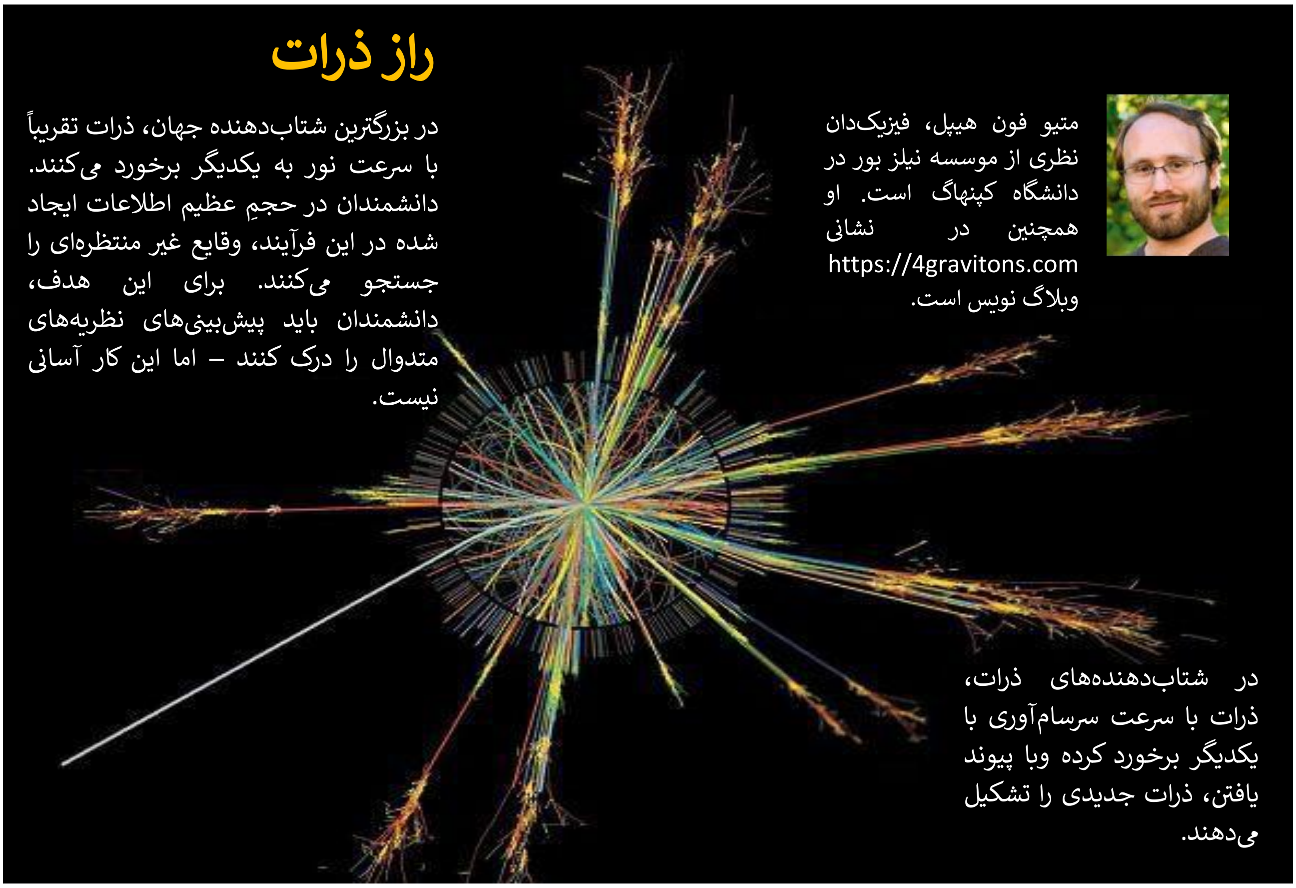
راز ذرات



برخورد دهنده‌ی هادرونی بزرگ (LHC) در ژنو، بزرگترین دستگاهی است که بشر تا کنون ساخته است. پروتون‌های شتاب‌یافته در این دستگاه فقط یک میلیونیم درصد آهسته‌تر از سرعت نور هستند. این ذرات با سرعت سرگیجه‌آوری با یکدیگر برخورد کرده و به معنی واقعی کلمه منفجر می‌شوند: آنها به اجزای تشکیل‌دهنده‌ی خود یعنی کوارک‌ها و گلئون‌ها فروپاشیده و سپس به هم پیوسته و ذرات جدیدی را تشکیل می‌دهند.

به این ترتیب دانشمندان در سال 2012 به مهم‌ترین نتیجه‌ی کار خود تا آن زمان دست یافتند. آنها وجود بوزون هیگز، آخرین ذره‌ی مورد جستجو در **مدل استانداردِ** (1) فیزیک ذرات، که مدت زمان طولانی‌ای انتظارش می‌رفت را به اثبات رساندند. با این وجود فیزیک‌دانان امیدوارند، که به‌زودی در برخورد دهنده‌ی هادرونی بزرگ، ذره‌ی واقعن جدیدی را کشف کنند: ذرات تاکنون ناشناخته‌ای که برای مثال راز ماده‌ی تاریک را فاش کنند و یا راه حل‌هایی برای پرسش‌های بی‌پاسخ ارائه دهند.

دانشمندان برایِ این منظور، هر ساله 30 پتابایت (10^15 بایت، یا هزار ترابایت) داده و اطلاعاتِ پدید آمده در جریان آزمایش‌ها را زیر و رو می‌کنند. آنها در جستجوی انحرافات ناچیز از نظریاتِ متداول و نشان‌گر پدیده‌های فیزیکی جدیدی هستند. البته در این رابطه باید از پیش‌بینی‌های دقیق **مدل استاندارد** آگاه بود.

فیزیک‌دانان با آزمایش‌های خود تنها می‌توانند به پرسش‌هایی در رابطه با احتمالات پاسخ دهند. برای مثال، امکان برخورد دو پروتون با یک‌دیگر چه اندازه است؟ در این فرآیند چند بار بوزون هیگز ایجاد می‌شود؟ برای این امر **دامنه‌ی پراکندگی** (Scattering amplitude) (2) نیاز است. فرمول‌های مربوطه، نشان‌دهنده‌ی احتمالِ کمانه کردن و دور شدن ذرات از یک‌دیگر، یعنی «**پراکندگی**» (3)، هستند. من جزو آن دسته از پژوهش‌گران‌ام که سعی می‌کنند محاسبات پیچیده را ساده‌تر کرده و یا این‌که در وهله‌ی اول آنها را امکان‌پذیر سازند. ما خود را «**پژوهش‌گرانِ دامنه**» نام نهاده‌ایم.

سابقه‌ی کار ما به اثر منتشر شده در سال 1986 از فیزیک‌دانان **استفان پارک** و **توماس تایلور** برمی‌گردد ، که در آن زمان در **فِرمی لاب** در **ایلینویز** کار می‌کردند. در آن زمان، آنها موفق شدند برخورد هر تعداد از گلوئون‌ها را تنها با یک فرمول توضیح دهند. قبلا برای محاسبه‌ی چنین فرآیندهای پیچیده **پراکندگی**، باید در صفحاتِ پرشمارِ نتیجه‌هایِ مشاهدات متعدد، جستجوی مورد به موردِ پر زحمتی انجام می‌شد. در طی 20 سال بعد از آن، ساده‌تر شدن معادله‌های پیچیده به‌وسیله‌ی یک سری روش‌های نو، سر انجام موجب رونق **پژوهش دامنه** شد. در حال حاضر این حوزه‌ی تخصصی در حال شکوفایی‌ست: **«همایش دامنه-2018»**، 160 شرکت کننده را گِردِ هم آورد و 100 پژوهش‌گر جوان در یک دوره‌ی آموزشی یک هفته‌ایِ پیش از آن شرکت کردند. حتی در قسمتی از سریال تلویزیونی پر بیننده " The Big Bang Theory"، **شِلدون کوپرِ** غیرعادی توضیح می‌دهد که او در **پژوهش دامنه** نیز شرکت داشته است.

> **در یک نگاه**
> **ریاضیات جدید برای LHC**
>
> 1- فیزیک‌دانان برای یافتن پدیده‌های غیر منتظره در شتاب‌دهنده‌ی ذرات باید احتمالاتِ دقیق برخوردها و واکنش‌ها در شتاب‌دهنده را بشناسند.
>
> 2- از آنجا که محاسبه‌های لازم برای این منظور بسیار پیچیده‌اند ، به‌اصطلاح **پژوهش‌گران دامنه** از آخرین پیشرفت‌ها در ریاضیات بهره می‌جویند.
>
> 3- به این ترتیب فیزیک‌دانان اکنون می‌توانند از پس دقت و ظرافت **LHC** برآیند. آنها امیدوارند با پیدا کردن انحرافاتی از نظریه‌های جاری بالاخره ذرات جدیدی را که مدت‌ها در انتظارشان هستند را پیدا کنند.

در این زمینه در سال‌های اخیر پیشرفت چشم‌گیری حاصل شده است و اکنون نتیجه‌ها به اندازه‌ای دقیق و نشان‌گر جزئیات‌اند که می‌توانند با دقتِ در حالِ رشد **LHC** هم‌گام باشند. بدین‌وسیله ما خود توانایی تشخیص کوچک‌ترین تفاوت‌های بین پیش‌بینی‌های **مدل استاندارد** و واقعیت را خواهیم داشت و به این ترتیب سرانجام قادر به جستجوی ردپای ذرات اسرارآمیزی که فیزیک‌دانان مدت زمان طولانی آرزوی کشف آنها را دارند، خواهیم بود.

نمودارهایی از خط‌ها و حلقه‌ها

اما چگونه **دامنه‌های پراکندگی** محاسبه می‌شوند؟ دانشمندان معمولن برای این منظور از **نمودارهای فاینمن** که فرمول‌های بسیار طولانی را به شکل بهتر و روشن‌تری قابل درک می‌سازند، استفاده می‌کنند. این نمودارها که در سال 1948 توسط **ریچارد فاینمن** طراحی شدند، نشانگر نمادینِ مسیرهایِ احتمالیِ حرکتِ یک ذره در **فرآیند پراکندگی** هستند.

فرض کنیم که احتمال پیوند دو گلوئون برای ایجاد یک بوزون هیگز باید محاسبه شود. در ابتدا مسیرهای همه‌ی ذرات درگیر رسم می‌شوند، یعنی در سمت چپ دو خط ورودی برای گلوئون‌ها و در سمت راست یک خط خروجی برای بوزون هیگز ایجاد شده. سپس این مسیرها باید بر پایه‌ی قانون‌های **مدل استاندارد** به یک‌دیگر پیوند یابند. اما به لحاظ نظری، پیوند دو گلوئون با یک‌دیگر امکان‌پذیر نیست، زیرا از 2 گلوئون هرگز به شکل مستقیم یک بوزون هیگز ایجاد نخواهد شد. اما این فرآیند با یک میان‌بُر و به شکل غیرمستقیم امکان‌پذیر است. برای مثال گلوئون‌ها می‌توانند به جفتی از یک کوارک و آنتی‌کوارک فروپاشند که از آنها سرانجام یک بوزون هیگز ایجاد شود. با رسمِ مسیر کوارک‌ها در نمودار، آنها یک **حلقه** تشکیل می‌دهند (نگاه شود به «**نمودار فاینمن**» در صفحه 4). ذره‌ای که در چنین حلقه‌ای حرکت کند «**مجازی**» نامیده می‌شود، زیرا این ذره نه خاستگاهی دارد ونه پایانی و ویژگی‌های این ذره هرگز نمی‌توانند در یک آزمایش اندازه‌گیری شوند.

برای محاسبه‌ی احتمال فروپاشی دو گلوئون به کوارک‌های مجازی و ایجاد بوزون هیگز، تنها انرژی و سرعت ذرات واقعی کافی نیستند، بلکه انرژی و سرعت کوارک‌های مجازی نیز مورد نیازند. اما از کجا می‌توان فهمید که این ذرات چه سرعت و انرژی‌ای دارند؟ در واقع پاسخ روشنی به این پرسش وجود ندارد. این عدم قطعیت در سراسر مکانیک کوانتومی مشاهده می‌شود. بدین ترتیب، برای نمونه نمی‌توان مکان و تکانه‌ی زاویه‌ای یک ذره را هم‌زمان به‌گونه‌ای دقیق مشخص کرد. اما در عین حال مکانیک کوانتومی همچنین به ما می‌آموزد که با درنظر گرفتن تک‌تکِ امکانات و جمع احتمالات آنها با یکدیگر، چگونه با این عدم قطعیت برخورد کنیم. در نمونه مورد بحثِ ما، باید این کار را برای تمام سرعت‌ها و انرژی‌های کوارک‌های مجازی، و در بهترین حالت با یک انتگرال انجام داد.

اما کار به همین‌جا پایان نمی‌یابد. برای محاسبه‌ی **دامنه‌ی پراکندگیِ** بوزون هیگزِ حاصل از برخورد 2 گلوئون، باید فراتر رفت. زیرا ذرات مجازی می‌توانند قبل از ترکیب و ایجاد یک بوزون هیگز، به گلوئون‌های مجازی فروپاشند، و این گلوئون‌ها خود دوباره به جفت‌های کوارک و آنتی‌کوارک مجازی فرو خواهند پاشید و غیره. برای محاسبه‌ی **دامنه‌ی پراکندگی** کلی، به هر **نمودار امکان‌پذیر فاینمن** نیاز است که ذرات واقعی را بر اساس قانون‌های **مدل استاندارد** با یک‌دیگر پیوند می‌دهد. شمار این نمودارها نامحدود است: همیشه می‌توان حلقه‌های جدیدی اضافه کرد که باعث ایجاد انتگرال‌های جدید و پیچیده می‌شوند.

توضیح کوتاه: چندجمله‌ای‌ها و معادله‌های جبری

یک معادله‌ی چند جمله‌ای، به تعداد ضریب‌های ai، توان‌های مختلف یک متغییر x را با یک‌دیگر جمع می‌بندد، مانند: $f(x) = a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ یک عدد جبری همیشه جواب یک معادله‌ی چندجمله‌ای با ضرایبی از اعداد صحیح ai است. معادله‌های جبری اما تنوع بیشتری دارند. به معنای دقیق ریاضی، آنها راه‌حل‌های یک معادله‌ی چندجمله‌ای هستند. از این‌رو آنها اغلب به مثابه‌ی ضرب، تقسیم، جمع یا گمیدنِ (تفریق) چندجمله‌ای‌ها نشان داده می‌شوند. نمودارهای **فاینمن** همیشه منجر به انتگرال‌گیری از یک معادله‌ی جبری می‌شوند و به همین دلیل راه‌حل آنها یک **دوره** است.

اما خوشبختانه راه برون‌رفتی وجود دارد: به‌دلیل کم بودن شدت (Strength) نیروهایِ مکانیکِی کوانتومی، باید در اغلب موردها تنها تعداد کمی نمودار را محاسبه کرد. با بَرهم‌کُنشِ ذرات با یک‌دیگر، خط‌های آنها در **نمودار فاینمن** به یک‌دیگر پیوند داده می‌شوند و انتگرال مورد نظر با شدتِ (Strength) این بَرهم‌کنش ضرب خواهد شد. برای مثال، اندازه‌ی نتیجه‌ی این عمل ضرب، برای الکتریسیته و مغناطیس بسیار کم است، یعنی برای هر حلقه‌ای که نقطه‌ی ارتباط اضافی ایجاد کند، باید نتیجه را تقسیم بر حدود 137 کرد **(4)**. هر چه تعداد حلقه‌های یک نمودار بیشتر باشد، به همان نسبت سهم‌اش کمتر خواهد شد – تا جایی که آزمایش‌ها دیگر قادر به حل نمودار نخواهند بود.

دقیق‌ترین آزمایش‌ها در علوم طبیعی آزمایش‌هایی هستند که خواص الکترومغناطیسی را بررسی می‌کنند. دانشمندان می‌توانند نتیجه‌ها را با دقتی تا 10 رقم بعد از اعشار اندازه‌گیری کنند. برای دست‌یابی به این دقت از جنبه‌ی نظری «تنها» به چهار حلقه، یعنی چهار ضریب 1/137 نیاز است. پژوهش‌گران در برخی موردها این اندازه‌ها را محاسبه کردند و تمام 10 رقم بعد از اعشار با نتیجه‌های آزمایشگاهی مطابقت داشتند.

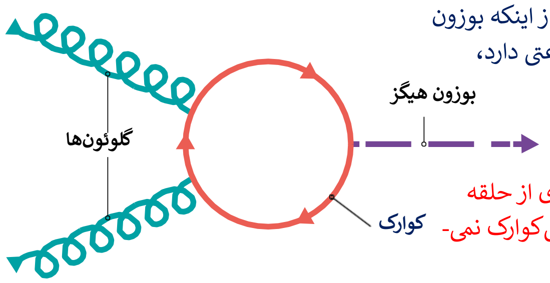
نیروی هسته‌ای قوی ،که از جمله کوارک‌ها را برای تشکیل پروتون‌ها و نوترون‌ها به هم پیوند می‌دهد، پیچیده‌تر است. در فرآیندهای **LHC**، هر **حلقه** به معنی تقسیم انتگرال‌ها به 10 است. برای دستیابی به دقت 10 رقم بعد از اعشار، به 10 **حلقه** نیاز است.

برای برهم‌کنش قوی به 2 حلقه نیاز است

با این حال، **LHC** به هیچ‌وجه به اندازه‌ی آزمایش‌های الکترومغناطیسی دقیق نیست و دقتی به اندازه 2 تا 3 حلقه دارد. در حال حاضر چنین فرمول‌هایی برای نیروی هسته‌ای قوی چنان پیچیده‌اند که محاسبه‌ی آنها بدون ساده کردن، اغلب امکان‌پذیر نیست. این موضوع را در سال 2010 **ویتوریو دل دوک** که امروزه در **مؤسسه فناوری فدرال زوریخ (ETH)** کار می‌کند، **کلود دوهِر** که در آن زمان در **دانشگاه فنی دورا** کار می‌کرد و **ولادیمیر سمیرنوف** از **دانشگاه دولتی مسکو**، تجربه کردند. آنها می‌خواستند بدانند که احتمالِ حاصل شدن 4 گلوئون از برخورد 2 گلوئون در LHC تا چه اندازه است؟ حتی با نظریه‌ای ساده شده و بعضی اختصارات پیچیده، فرمول 2 حلقه‌ای آنها 17 صفحه را با انتگرال‌های پیچیده پر می‌کرد. در آن زمان این موضوع باعث تعجب کسی نشد، زیرا همه می‌دانستند که این محاسبات بسیار دشوارند.

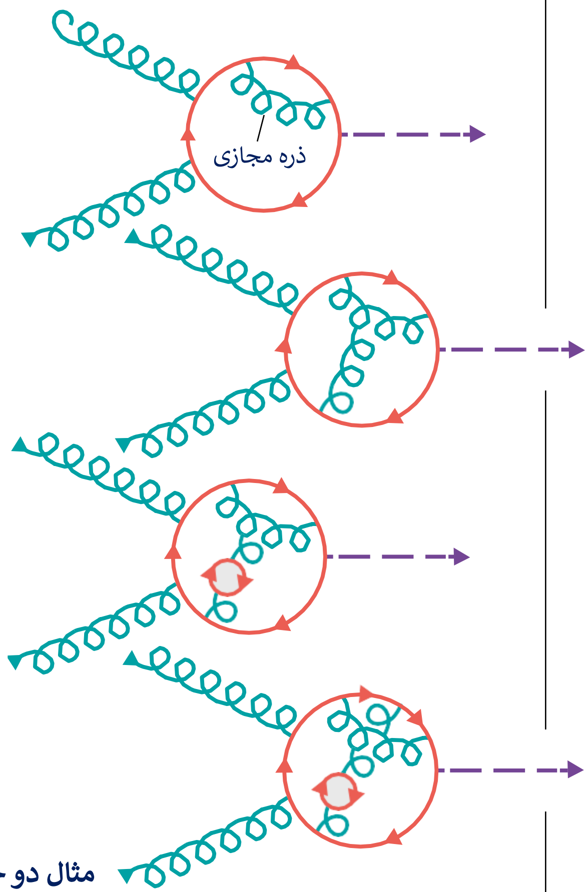
چند ماه بعد شگفتی بزرگی از راه رسید. فیزیک‌دانان **مارکوس اسپرادلین**، **کریستیان ورگو**، **آناستازیا ولوویچ** و ریاضی‌دان **الکساندر ب. گنچارُف** که همه در آن زمان در دانشگاه **براون** در **رُده آیلند** (Rohde Island) کار می‌کردند، همان برخورد گلوئون‌ها را تنها در دو سطر نمایش دادند.

نمودارهای فاینمن:
ورود 2 گلوئون و خروج 1 بوزون هیگز

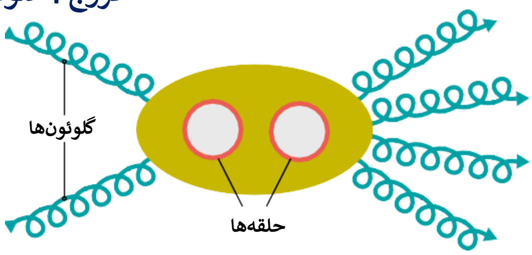


بنابراین باید تمام امکانات در یک انتگرال جمع شوند

حلقه‌ها درون حلقه‌های دیگر



مثال دو حلقه:
ورود 2 گلوئون،
خروج 4 گلوئون

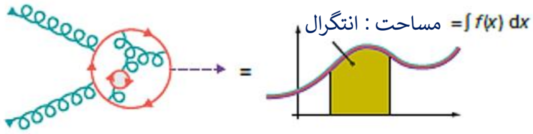


آنها برای این هدف از یک ترفند ریاضی استفاده کردند، که تا آن زمان برای اکثر **پژوهش‌گران دامنه** ناشناخته بود.

اگر به یک ریاضی‌دان یک انتگرالِ نتیجه شده از **نمودار فاینمن** نشان داده شود، او در ابتدا خواهد گفت، «این یک **دوره** است». دوره‌ها یک نوع انتزاعی از اعدادند. بی‌گمان ساده‌ترین اعداد، **اعدادِ طبیعی** و بعد از آنها **اعداد گویا** هستند. **اعداد غیر نسبی یا گُنگ** پیچیده‌ترند، زیرا دیگر نمی‌توان آنها را به‌مثابه‌ی خارج قسمت دو عدد صحیح نمایش داد. مثالی در این باره، ریشه عدد 2 است، که برخلاف عدد π جزو «اعداد جبری» به حساب می‌آید. این ریشه راه‌حل یک معادله چند جمله‌ای با ضرایبی از اعداد صحیح است (نگاه شود به «توضیح کوتاه» در صفحه 3)، یعنی $x^2 = 2$ است. **دوره‌ها** اعدادی هستند که چنین معادله‌ای را برآورده نمی‌کنند و یا پاسخ آن نیستند. اما آن‌ها را می‌توان همواره با یک انتگرال از یک تابع جبری محاسبه کرد.

اکثر انسان‌ها درک دیگری از **دوره‌ها** دارند. در واقع، دادنِ نامِ **دوره** به این اعداد عجیب و غریب، اتفاقی نیست. در حقیقت، آنها در ساده‌ترین حالت، تا زمانی کوتاه‌ترین فاصله را توصیف می‌کنند، که چیزی دوباره تکرار شود. برای درک این مطلب، سینوس و کسینوس به کمک می‌آیند. با استفاده از فرمول **اویلر** $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$ می‌توان آنها را با **اعداد موهوم** (ریشه اعداد منفی) پیوند داد. در اینجا e عدد **اویلر** و **i** جذر یا ریشه دومِ منفی یک است. هر 3 تابعِ $\sin(x)$، $\cos(x)$ و e^{ix} دوره‌ای به اندازه 2π دارند: با افزایش x از صفر تا 2π و ادامه‌ی افزایش بعد از آن، اندازه‌های تابع مربوطه تکرار می‌شوند.

با ترفند **گونچارف** می‌توان یک انتگرال پیچیده **نمودار فاینمن** را...



... با حروف ساده‌ای که رفتار لگاریتمی دارند، نشان داد.

A C B A D E ...

این حروف از «دستور زبان» مبنی بر قانون‌های محاسبه لگاریتمی پیروی می‌کنند.

$$\ln(AB) = \ln(A) + \ln(B)$$ لگاریتم طبیعی

برای مثال لگاریتم A x B برابر است با لگاریتم A بعلاوه لگاریتم B

C F AB E D = C F A E D + C F B E D

و لگاریتم C به توان n، با n بار logC مطابقت دارد.

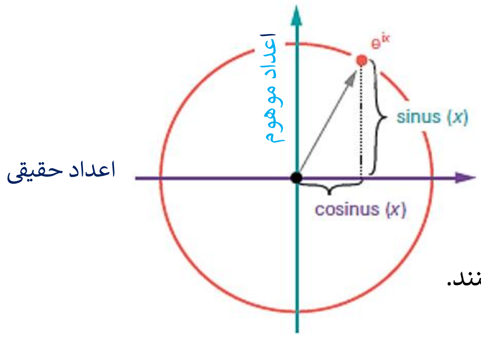
$$\ln(C^n) = n \cdot \ln(C)$$

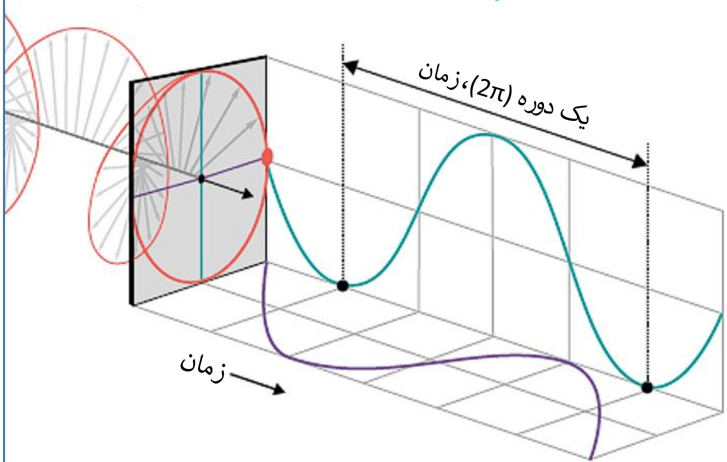
بر پایه این قانون‌ها می‌توان کلمات را برای **نمودارهای فاینمن** بازنویسی کرد.

D A C^n B A = $n \cdot$ D A C B A

تجسم (انگارش) فرمول اویلر

$$e^{ix} = \text{cosinus}\,(x) + i\ \text{sinus}\,(x)$$





اگر چه عدد 2π هیچ معادله جبری‌ای را حل نمی‌کند، اما با یک انتگرال محاسبه می‌شود. با رسم یک نمودار از e^{ix} در **دستگاه مختصات قطبی** (Cartesian complex plane)، با **اعداد موهوم** بر روی یک محور و مقدارهای حقیقی بر روی محور دیگر، تابعی با شعاع یک ایجاد می‌شود (نگاه شود به «تجسم (انگارش) فرمول **اویلر**» در این صفحه). با انتگرال‌گیری از هر تکه از خط دایره و جمع آنها، محیط دایره یعنی 2π بدست می‌آید.

اما برای محاسبه‌ی تنها طول قوسی از دایره تا نقطه معین z چه اتفاق خواهد افتاد؟ در این حالت باید معادله $z = e^{ix}$ را بر حسب متغییر x، که طول قوس مورد جستجو از دایره است، حل کرد. برای این منظور لگاریتم طبیعی ln(z) مورد نیاز است. با جمع هر تکه از خط دایره تا نقطه z نیز نتیجه یکسانی بدست می‌آید. بدین ترتیب راه‌حل انتگرال، یک لگاریتم است – از اینرو لگاریتم‌ها **دوره** هستند، حتی اگر بر خلاف 2π شباهتی با **دوره‌ها** نداشته باشند. اما روی‌هم‌رفته، **دوره‌ها** می‌توانند بسیار پیچیده‌تر از هر دو مثال باشند. فیزیک‌دانان در 25 سال گذشته با محاسبه‌ی انتگرال‌های **نمودارهای فاینمن**، تعداد سرسام‌آوری از اعداد عجیب و غریب پیدا کرده‌اند. شگفت‌آور است که بسیاری از این دوره‌ها را می‌توان به لگاریتم تجزیه کرد.

گُنچارُف و تیم او در سال 2010 توانستند با استفاده از این ویژگی، سند درهم‌ریخته‌ی 17 صفحه‌ای **دِل دوکا** و همکارانش را با نوعی الفبا از لگاریتم‌ها نمایش دهند. این الفبا از دستور زبان ویژه‌ی خود که مبنی بر قانون‌های محاسبه‌ی لگاریتمی است پیروی می‌کند، مانند

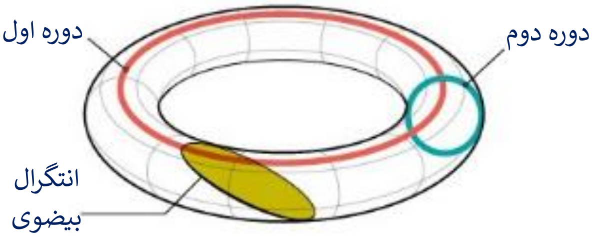
$\ln(x^n) = n \ln(x)$ و یا $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.

کوتاه سخن می‌توان گفت که دانشمندان، **دامنه‌های پراکندگی** را با **نمودارهای فاینمن** که نیازمند محاسبات انتگرالی‌اند، محاسبه می‌کنند. این انتگرال‌ها به‌نوبه‌ی خود دوره‌هایی هستند که به لگاریتم‌های ساده‌تر تجزیه می‌شوند. در نتیجه نمایش انتگرال‌ها با حروفی که پیرو قانون‌های محاسبات لگاریتمی‌اند، امکان‌پذیر می‌شود.

اما اگر ترفند **گنچارُف** تنها موجب صرفه‌جویی در جا می‌شد، نمی‌توانست به این اندازه چشم‌گیر باشد. با دانستنِ الفبای درست، می‌توان نمودارهای **فاینمن** را کاملن دور زده و فرمول یک **دامنه‌ی پراکنگی** را تنها گمانه‌زنی کرد. این نه تنها کار فیزیک‌دانان را آسان‌تر می‌کند، بلکه در واقع برخی محاسبه‌ها را امکان‌پذیر می‌سازد.

مانند بازی **اسکرابِل**، باید به حروف ترتیبی داد تا یک «کلمه» معنی‌دار ایجاد شود. در نمونه مورد بحث ما، قضیه حتی کمی آسان‌تر است، چرا که از پیش می‌دانیم که کلمه مورد جستجو چه درازایی باید داشته باشد. در صورت تنبلی، می‌توان از یک رایانه استفاده کرد که حروف را در هر حالت ممکن به شکل فهرستی ردیف کرده و در آن برای پیدا کردن یک راه‌حل به جستجو بپردازد.

انتگرال بیضوی به دور یک چنبره



بر روی یک چنبره دو دوره مختلف (قرمز و آبی) وجود دارند، که قطرهای هر یک از آنها با استفاده از یک انتگرال ساده قابل محاسبه‌اند. برای محاسبه طول قوس یک بیضی (زرد رنگ)، یک انتگرال بیضوی [(5)](#) پیچیده نتیجه خواهد شد.

این فهرست می‌تواند اما بسیار طولانی باشد. خوشبختانه **مدل استاندارد**، نشانه‌ها و یا سرنخ‌های بیشتری برای پاسخ به‌دست می‌دهد. بعضی از کلمات را می‌توان به علت توصیف ذرات ناموجود و یا نشان دادن نمودارهایی که رسم‌شان غیر ممکن است، بی‌درنگ حذف کرد. برخی نتیجه‌ها چیزهایی را توضیح می‌دهند که می‌دانیم. از آنها نیز می‌توان چشم پوشید. در پایان از میلیون‌ها کلمه تنها یک پاسخ باقی می‌ماند، که همان **دامنه‌ی پراکندگی** مورد جستجو خواهد بود.

در سال 2011، **لنس جی دیکسون** از مرکز شتاب‌دهنده خطی **استنفورد**، و **جیمز دِرامانْد** از دانشگاه **هِمپتون** جنوبی همراه با **یوهانِس هِن** از دانشگاه **یوهانس گوتنبرگ** در **ماینس** (و در آن سال، در دانشگاه **هومبولت** در **برلین**)، این روش را به کار بردند تا «کلمه»ی درست برای **محاسبه با 3 حلقه** را بیابند. من دو سال بعد، هنگام نوشتن دکترای خود در دانشگاه **استونی بروک** در **لانگ آیلند** از پژوهش آنها آگاه شده و تصمیم گرفتم که تمام آن زمستان را با **دیکسون** از دانشگاه استنفورد همکاری کنم. ما خواهان پی بردن به این نکته بودیم که اگر تمام حروف با جزئیات به انتگرال‌ها بازنویسی شوند، نتیجه **محاسبه با 3 حلقه** چگونه خواهد بود، تا سپس آن را با **محاسبه‌ی 2 حلقه ایِ دِل دوکا** و همکارانش مقایسه کنیم. حلقه‌ی اضافی منجر به این می‌شود که فرمول نه به 17 صفحه، بلکه به بیش از 800 صفحه گسترش یابد.

در این میان برای محاسبه تعداد بیشتری از **نمودارهای فاینمن**، دانشمندان بیشتری به تیم ما پیوسته‌اند. در حال حاضر ما سرگرمِ 7 حلقه هستیم و اطلاعی ندارم که فرمول‌های جدید در صورت نگارش نیازمند به چه تعدادی از صفحات هستند. در این موردهای پیچیده، حتی روش **گنچارُف** برای ساده کردن نتیجه‌ها به اندازه‌ی کافی، دیگر جواب‌گو نیست. بدین جهت این نتیجه‌ها در داده‌های رایانه‌ای ضبط می‌شوند که بسیار بزرگ‌اند و از اینرو این تصور را ایجاد می‌کنند که آنها داده‌های ویدیوئی هستند و نه متن و نوشته. با این حال، چنین محاسبه‌های مشروحی بدون ترفند **گنچارُف** امکان‌پذیر نیستند.

انتگرال های گره‌خورده

با درنظرگیری تعداد هر چه بیشتری از حلقه‌ها، پیش‌بینی‌ها دقیق‌تر می‌شود. اما چرا به این مقدار حلقه نیاز است؟ **LHC** تنها به دقت 2 تا 3 حلقه دست می‌یابد. نتیجه‌های ما حتی دقیق‌تر از وضعیت فعلی الکترومغناطیس است. اما این موضوع یک ایراد دارد و آن این است که در محاسبات برای 7 حلقه، از مدل ساده شده‌ای از جهان‌مان استفاده می‌کنیم که در آن برهم‌کنش‌های مکانیکی کوانتومی، پیچیدگی کم‌تری دارند.

یکی از زیباترین ویژگی‌های این مدل این است که ترفند **گنچارُف** همیشه عمل می‌کند، یعنی همیشه می‌توان انتگرال‌ها را به الفبایی از لگاریتم‌ها تجزیه کرد.

در دنیای واقعی این ترفند، با وجود حتی 2حلقه به مشکل برمی‌خورد. زیرا انتگرال‌ها می‌توانند به‌گونه‌ای در یکدیگر «گره خورده» باشند که دیگر امکان جداسازی آنها از یک‌دیگر وجود نداشته باشد. چنین «انتگرال‌های بیضوی» ما را با چالش‌های بزرگی روبرو می‌کنند. این پدیده را می‌توان به‌مثابه دو حلقه‌ی درهم‌رفته تصور کرد که نمی‌توان آنها را از یک‌دیگر جدا کرد. با حرکت یک حلقه به دور دیگری، سطحی به شکل دونات و به نام «**چنبره**» (Torus) ایجاد می‌شود، که در واقع دو دوره‌ی تناوب جداگانه دارد: با انتگرال‌گیری از پیرامون هر یک از 2 دایره، لگاریتم به دست می‌آید. اما بر روی چنبره نه تنها دایره‌ها بلکه همچنین بیضی‌ها مشاهده می‌شوند. نتیجه‌ی محاسبه‌ی طول قوس چنین «منحنی بیضوی» به‌مراتب پیچیده‌تر از یک لگاریتم است (نگاه شود به «انتگرال‌های بیضوی، به دور یک چنبره» در صفحه 6).

منحنی‌های بیضوی در بسیاری از مساله‌های ریاضی پدیدار می‌شوند. برخی از آنها به اندازه‌ای پیچیده‌اند که آژانس امنیت ملی آمریکا NSA از آنها برای رمزگذاری اطلاعات استفاده می‌کند. مشکلات ما اگرچه به این شکل سرسخت نیستند، اما با این‌حال پیچیده‌اند.

با افزایش دقت **LHC**، انتگرال‌های بیضوی اهمیت بیشتری پیدا می‌کنند. اگر چه بهره‌برداری از شتاب‌دهنده‌ی ذرات به‌دلیل به‌روزرسانی‌های مختلف فنی از پایان سال 2018 متوقف شده است، اما تا پیش از بهره‌برداری دوباره در سال 2021، پژوهش‌گران هنوز مقداری بسیاری از داده‌ها و اطلاعات را باید بررسی کنند. پس از آن، **LHC** 10 برابر نسبت به گذشته برخوردهای بیشتری را ایجاد خواهد کرد. این نکته تشویق‌کننده دانشمندان در سراسر جهان به مطالعه و بررسی انتگرال‌های بیضوی است، و آنها تا کنون به پیشرفت‌های چشمگیری در این زمینه دست یافته‌اند.

در مجموع، محدوده‌ی پژوهش ما بسیار سریع در حال پیشرفت است. در زمستان سال 2017 من 2 هفته را با همکارانم **آندرو جی مک لئود، جیکوب ال بورجیلی، ماتیاس ویلهلم** و **اسپرادلین** از دانشگاه پرینستون سپری کردم، تا یکی از طرح‌های‌مان را هر چه سریع‌تر به پایان برسانیم. ما توانستیم در مدت زمان کوتاهی انتشار کاملی از طرح‌مان تهیه کنیم، که در آن یک **دامنه‌ی پراکندگی** را با انتگرال بیضوی محاسبه کردیم. من تا به حال هرگز مقاله‌ی پژوهشی‌ای را با چنان سرعتی ننوشته‌ام! اما با این حال تمام مدت ترس از این داشتیم که گروه دیگری پیش‌دستی کند.

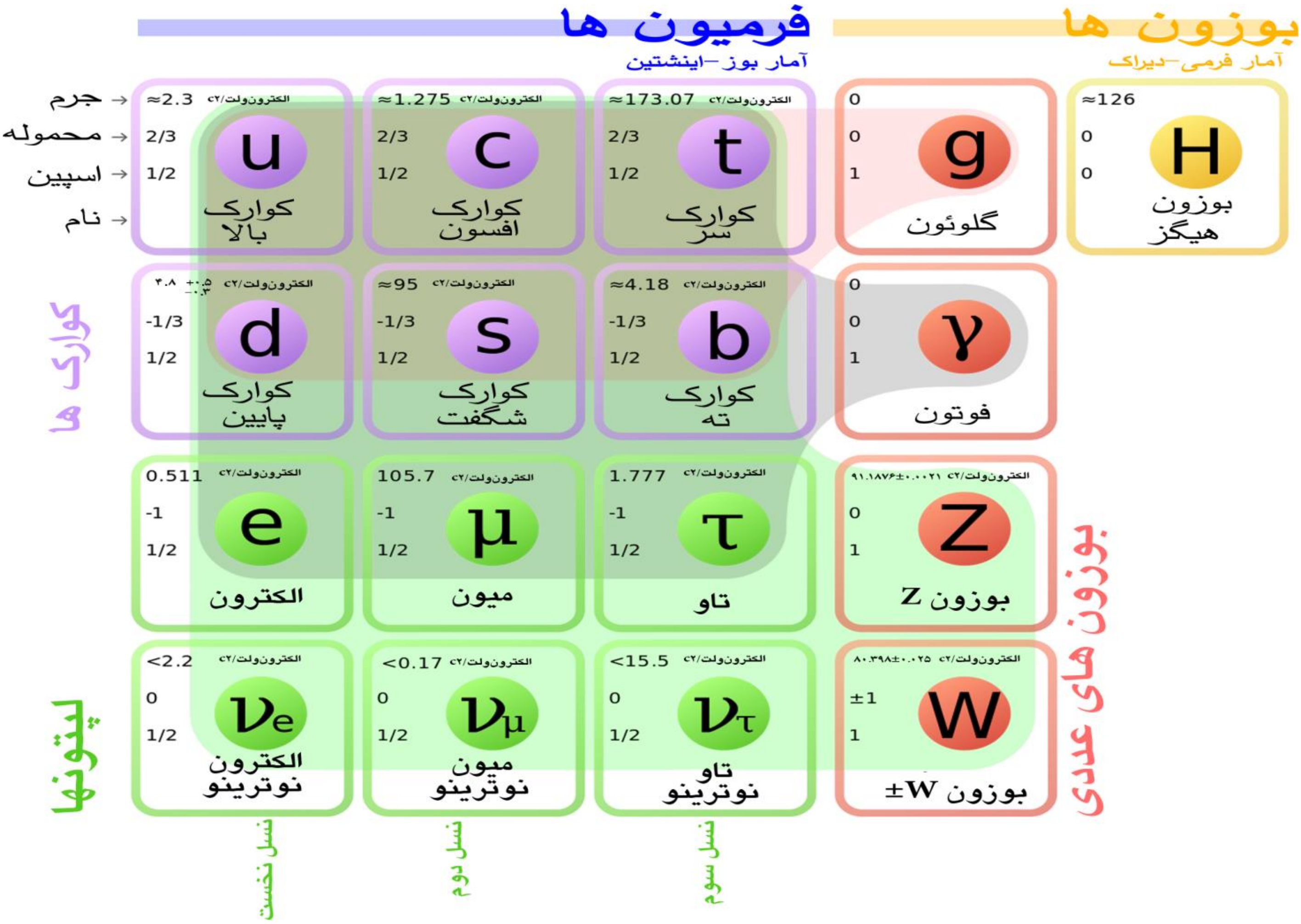
اندکی پس از آن ما هدیه‌ی کریسمس‌مان را پیش از موعد مقرر دریافت کردیم: **لورِنسو تانکِردی** و همکارانش از **CERN** با مراجعه به کارهای پیشین ریاضی‌دانان **فرانسیس براون** از دانشگاه آکسفورد و **آندری لِوین** از مدرسه عالی اقتصاد در مسکو، راه ساده‌تری را برای حل انتگرال‌های بیضوی پیدا کردند. **بِرِندا پِنانته** از **CERN** با انتشار اثر بعدی خود به نام «**حروف بیضوی**»، بخش گم‌شده‌ی معما را به ما نشان داد.

اکنون با استفاده از این ابزار، می‌توانیم ترفند **گنچارُف** را بر انتگرال‌های پیچیده نیز به کار بندیم. بدینوسیله به‌جای پژوهش دامنه‌های دو حلقه‌ای تنها در مدل‌های ساده شده، شروع به درک آنها در دنیای واقعی کرده‌ایم. بزودی می‌توانیم پیش‌بینی‌های خود را با داده‌های **LHC** مقایسه کنیم. در صورت همخوان نبودن آنها، برای اولین بار نشانه‌هایی خواهیم داشت که واقعن چیز جدیدی در جریان است.

پی‌نوشت‌ها:

1- [مدل استاندارد (ذرات بنیادی)](#) (ویکی‌پدیا)

مدل استاندارد فیزیک ذرات بنیادی، نام نظریه‌ای مربوط به نیروهای الکترومغناطیس، هسته‌ای قوی، هسته‌ای ضعیف و همچنین طبقه‌بندی ذرات زیراتمی شناخته‌شده‌است. این مدل در نیمه دوم قرن بیستم در نتیجه تلاش‌های مشارکت‌آمیز دانشمندان در عرصه جهانی شکل گرفت.[۱] فرمول‌بندی کنونی آن در اواسط دهه ۱۹۷۰ پس از تأیید تجربی وجود کوارک، نهایی شد. از آن زمان تا کنون کشف کوارک سر(۱۹۹۵)، تاو نوترینو (۲۰۰۰) و به تازگی، بوزون هیگز(۲۰۱۳) بر اعتبار این مدل افزوده‌اند. به دلیل توانایی آن در توضیح نتایج تجربی، از مدل استاندارد گاهی با نام نظریه تقریباً همه‌چیز یاد می‌شود.
اگرچه این باور وجود دارد که مدل استاندارد از لحاظ نظری خود-سازگار است و موفقیت زیاد و پیوسته‌ای در ارائه پیش‌فرض‌های تجربی داشته‌است، هنوز از توضیح برخی از پدیده‌های فیزیکی بازمانده‌است و همچنین نظریه جامعی برای توصیف برهمکنش‌های بنیادی نیست زیرا نظریه کاملی برای گرانش آن طور که توسط نسبیت عام بیان شده، نیست[۳] و همچنین از توضیح انبساط شتابدار جهان ناتوان است. مدل شامل هیچ ذره قابل قبولی برای ماده تاریک که با ویژگیهای منتج از مشاهدات کیهان‌شناسی تجربی سازگار باشد، نیست. این مدل همچنین نوسان نوترینو (و جرم‌های غیر صفرشان) را شامل نمی‌شود. بر اساس **مدل استاندارد** (ذرات بنیادی) ماده از ۶۱ ذره تشکیل شده که این ذرات در سه دسته قرار می‌گیرند:
لپتون‌ها
کوارک‌ها
واسطه‌ها



2-دامنه پراکندگی (https://www.mpp.mpg.de/forschung/aufbau-der-materie/quantenfeldtheorie)

نظریه میدان‌های کوانتومی (1-2) و دامنه پراکندگی

سنگ‌بناهای طبیعت کدام‌اند؟ و چه نیروهایی آنها را کنار یک‌دیگر نگاه می‌دارند؟ این پرسش‌ها هسته‌ی اصلی فیزیک ذرات ابتدایی را تشکیل می‌دهند. فیزیک‌دانان نظری در مورد چگونگی توصیف ذرات ابتدایی و برهم‌کنش بین آنها پژوهش می‌کنند. نشانه‌های مشخص گوناگونی حکایت از این دارند که ما تا کنون تنها با یک بخش از کل تصویر آشنایی داریم.

پژوهش‌گران برای پیدا کردن اجزاء ناآشنا و چگونگی تکمیل این تصویر، به سرنخ‌ها و نشانه‌های مشاهدات تجربی وابسته‌اند. رویکرد علمی، مقایسه داده‌های تجربی با پیش‌بینی‌های نظری است. پیش‌بینی‌های نظری نیاز به درک نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی دارد که مبنای مدل ذرات ابتدایی شناخته‌شده و برهم‌کنش آنهاست.

موضوع پژوهش دامنه‌ها، درک و محاسبه احتمالات فرآیندهای پراکندگی، در نظریه‌ی میدان کوانتومی است. درک و محاسبه احتمالات فرآیندهای پراکندگی، پایه و بنیان سطح مقطع‌هایی (2-2) (Cross section) هستند که در شتاب‌دهنده‌های ذرات، مانند برخورددهنده‌ی هادرونی بزرگ (LHC) در سرن در ژنو اندازه‌گیری می‌شوند.

دامنه‌های پراکندگی علاوه بر جنبه‌ی پدیدار شناختی، از لحاظ ریاضی نیز خصوصیات مجذوب‌کننده‌ای دارند. آنها یک‌سری شرایط فیزیکی را برآورده کرده و تقارن آشکار و پنهانی دارند. گاهی اوقات دامنه‌ها می‌توانند تنها از روی تقارن و خصوصیات تحلیلی خود مشخص شوند. بسیاری از روش‌های مدرن محاسبه‌ی دامنه‌ها، دقیقا مبتنی بر چنین آگاهی و شناخت ساختاری‌اند.

2-1 نظریه میدان‌های کوانتومی (ویکیپدیا)

در فیزیک نظری، نظریهٔ میدان‌های کوانتومی (QFT) چارچوبی نظری برای ساختن مدل‌های مکانیک کوانتومی از ذرات زیراتمی در فیزیک ذرات وشبه‌ذره‌ها در فیزیک ماده چگال می‌باشد. یک نظریه میدان کوانتومی، ذرات را به شکل حالاتی برانگیخته از میدان فیزیکی زمینه می‌بیند، به همین دلیل این ذرات کوانتای میدان نامیده می‌شوند .

در نظریه میدان‌های کوانتومی، برهم‌کنش‌های مکانیک کوانتومی بین ذرات بر حسب برهم‌کنش‌های میان میدان‌های پس‌زمینه متناظر بیان می‌شوند.

2-2 سطح مقطع (ویکی‌پدیا)

زمانی که دو ذره برهمکنش می‌کنند سطح مقطع متقابل، منطقه‌ای نسبت به حرکت نسبی آنهاست که ذرات باید به این منطقه برسند تا از یکدیگر پراکنده شوند. اگر ذرات کرهِ سختِ ناکشسان باشند تعامل آنها تنها در تماس خواهد بود پس سطح مقطع آنها به اندازه هندسیشان مرتبط است. اگر ذرات از طریق نیروهایی که از فواصل نیز عمل می‌کنند مانند الکترومغناطیس یا جاذبه با یکدیگر برهمکنش داشته باشند، سطح مقطع آنها بزرگتر از اندازه هندسیشان خواهد بود. هنگامی که سطح مقطع به عنوان تابعی از برخی از متغیرهای وضعیت نهایی مانند زاویه ذرات یا انرژی آنها مشخص شود به آن سطح مقطع دیفرانسیلی می‌گویند. وقتی که یک سطح مقطع دیفرانسیلی در تمام زوایا (و احتمالاً سایر متغیرها) انتگرال گرفته شود به آن سطح مقطع کل می‌گویند. سطح مقطع به‌طور معمول با σ (سیگما) مشخص و در واحد مساحت اندازه‌گیری می‌شود.

سطح مقطع پراکندگی می‌تواند در فیزیک هسته‌ای، اتمی و فیزیک ذرات و برای برخورد شتاب‌دار پرتوهایی از ذرات با اهداف (ثابت یا متحرک) یا نوع دیگری از ذرات تعریف شود. احتمال وقوع هر واکنشی نسبت به سطح مقطع برخورد آن تعریف می‌شود؛ بنابراین، تعیین سطح مقطع برای هر واکنش داده شده‌است یک نماینده برای بیان احتمال وقوع فرایند پراکندگی مربوط به آن واکنش است .

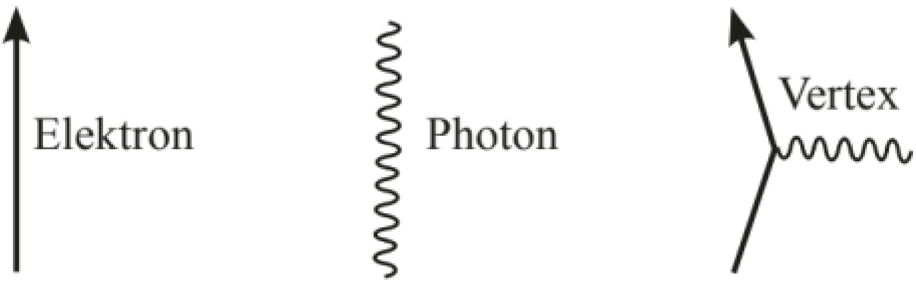
اندازه‌گیری سرعت واکنش یک فرایند داده شده به شدت متغیرهای تجربی مانند تراکم مواد هدف، شدت پرتو، بهره‌وری دستگاه تشخیص و زاویه دستگاه تشخیص بستگی دارد. اگرچه این مقادیر می‌تواند در نظر گرفته شود و نهایتاً سطح مقطع برخورد دو ذره را بدهد.

3-پراکندگی (ویکی‌پدیا)

پراکندگی یک پدیده فیزیکی طبیعی است که برای پرتوها، مانند نور، صدا، یا ذرات متحرک رخ می‌دهد و آنها مجبور به **تغییر** مسیر حرکت خود از میان ذرات یک ماده که در حال عبور از آن هستند می‌شوند. در استفاده متعارف مسیر بعدی حرکت ذره از طریق قانون بازتاب به دست می‌آید .
موادی که دارای ذراتی باشند که موجب پراکندگی بشوند به قدری زیاد است که نمی‌توان فهرست اما اما مثال‌ها شامل ذره‌ها، حباب‌ها، قطره‌ها، نوسانات چگالی در شاره‌ها، کریستالیت‌ها در خطوط کریستالی چندبلور، نقص در خطوط جامد تک‌بلور، زبری سطح، سلول‌ها در ارگان‌ها، و الیاف نساجیدر لباس‌ها است. مسیر حرکت تقریباً تمام ذرات پراکنده شده توسط نظریه پراکندگی قابل توجیه و تفسیر است.

4- شدت برهم‌کنش (ثابت پیوند) α

https://books.google.de/books?id=wk88DwAAQBAJ&pg=PA119&lpg=PA119&dq=feynman+diagram+1/137&source=bl&ots=ej2UlNAaMm&sig=ACfU3U1r9BVnER0D2qD2GudjJyIU8ie1Qg&hl=de&sa=X&ved=2ahUKEwig36LTicvqAhVKmqQKHSWbDEUQ6AEwD3oECAUQAQ#v=onepage&q=feynman%20diagram%201%2F137&f=false
Feynman und die Physik, leben und Forschung eines außergewöhnlichen Menschen
Springer-Verlag, 2018, Seite 119:



... در هر مکان خمیدگی در نمودارهای فاینمن که اکنون آنها را **وِرتِکس** می‌نامیم، این‌گونه به‌نظر می‌رسد که در آنجا همیشه یک خط موج دارِ فوتون منشعب می‌شود. بدین ترتیب وِرتِکس مکانی را نشانه‌گذاری می‌کند که در آن **موج ابتدایی (4-1)** یک فوتون دوباره ایجاد شده و یا جذب می‌شود.

این امر موجب می شود که در فرمول های مربوطه برای هر **ورتِکس** بار هسته Q با بار الکترن e جایگزین شود، چرا که بار الکترون **تعیین کننده** شدت برهم کنش الکترون با فوتون است. اما بار الکترون در واحد اندازه گیری ایجاد شده توسط آزمایش گران مانند کولون نشان داده نمی شود. طبیعت این امکان را به ما می دهد که با استفاده از سرعت نور c و ثابت پلانک h **(4-2)**، از توان 2 بار e، عددی بدون واحد اندازه گیری ایجاد کرد که با حرف α نشان داده می شود: $\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o hc}\approx 1/137$

در اینجا ε_o **ثابتِ گذر دهی خلاء (4-3)** است، و در صورت نشان دادن e به کولون به عنوان ضریب تبدیل عمل می کند.
اندازه α به واحدهای اندازه گیری دلبخواه بستگی ندارد، به همین دلیل آن را بار (به توان دو رسیده) الکترون e در واحدهای اندازه گیری طبیعی نیز می نامند. در حقیقت α با اندازه 1/137 عدد نسبتا کوچکی است، پس بار الکترون e در واحدهای طبیعی – یعنی جذر α - با مقدار 0.085 نیز عدد کوچکی خواهد بود.

این دقیقا همان چیزی است که در نظریه آشفتگی مورد نیاز است! هر **وِرتِکس** در **نمودارهای فاینمن** ضریبی به اندازه 0.085 نتیجه می دهد، به ترتیبی که نمودارها با داشتن تعداد بیشتری **وِرتِکس** از اهمیت شان کاسته می شود. در موارد اضطراری می توان انتخاب را به نمودارهایی با تعداد کمی **وِرتِکس** محدود کرد. این جای خوشبختی است، زیرا محاسبات به سرعت بسیار پیچیده می شوند.

4-1 موج ابتدایی (http://www.chemgapedia.de/vsengine/glossary/de/elementarwelle.glos.html)

موج ابتدایی، موج دایره‌ای یا کروی شکل است که از یک نقطه به همه سو گسترش می‌یابد. بر اساس **اصل هویگنس،** هر نقطه از جبهه موج را می‌توان نقطه‌ی شروع یک موج ابتدایی دانست. و به این ترتیب با تداخل امواج ابتدایی جداگانه، جبهه‌ی موج جدیدی ایجاد می‌شود.

4-2 ثابت پلانک (ویکی‌پدیا)

ثابت پلانک (به انگلیسی: Planck constant)، یک ثابت طبیعی در فیزیک است که بیان‌کننده اندازه کوچکترین واحد انتقال انرژی و از مفاهیم اساسی در مکانیک کوانتومی است. این ثابت به اسم ماکس پلانک فیزیکدان آلمانی نامیده شده‌است که در سال ۱۹۰۰ میلادی آن را کشف کرد.

4-3 ثابت گذردهی خلاء (Vacuum permittivity) (ویکی‌پدیا)

ثابت گذردهی خلاء یک ثابت فیزیکی در الکترومغناطیس است و با ε0 نمایش داده می‌شود

5- انتگرال بیضوی (ویکی‌پدیا)

در حساب انتگرال، انتگرال بیضوی (انگلیسی: Elliptic integral) بدواً در ارتباط با مسئله طول کمان بیضی مطرح می‌شوند. این انتگرال‌ها را برای اولین بار جیولیو فاگنانو (en) و لئونارد اویلر بررسی کردند. ریاضیات نوین، انتگرال بیضوی را به عنوان هر تابع f که بتواند به شکل زیر بیان شود، تعریف می‌کند:

$$f(x) = \int_c^x R\left(t, \sqrt{P(t)}\right)\, dt,$$

که در آن R تابع گویای دو آرگومان آن، P **ریشه** دوم یک چند جمله‌ای درجه سه یا چهار بدون ریشه‌های تکراری و C یک ثابت است.